A téli szünetre sok-sok szeretettel kiadott házi feladatok megfejtései, plusz érdekességként egy ráadás, amely az egyetemi hallgatóknak volt bemutató feladat.

1.Feladat: Oldja meg!

A.h.: amelyből valamint amelyből továbbá amelyből innen pedig és .

Mivel a jobb oldali tört nevezőjében lévő két négyzetes tag különbsége szorzattá alakítva ugyanazokat a problémás értékeket adja meg, így a bal oldali második tört nevezőjében a tagok sorrendi cseréjével elérjük, hogy az hasonlítson a közös nevezőre -re. Ez egyetlen előjelváltásba „kerül”:

Szorozzunk a közös nevezővel:

Zárójelet bontunk:

Összevonunk:

Átrendezünk:

Szorzattá alakítunk:

Rendezzük:

Ha kiegészítjük az alaphalmaz feltételvizsgálatot feltétellel, amelyből elvégezhetjük a lehetséges egyszerűsítést, akkor adódik, amelyet viszont az alaphalmaz feltételvizsgálat miatt kizárhatunk.

Megjegyzések: 1-a dolgozatban olyan feladatra kell számítani, amelyben az „”-re történő rendezés után pl. alakú megoldás adódik, amelyet az A.h. nem zár ki.

2-a feladat szövegezésében előforduló plusz információ pl.: Adja meg paraméter értéket, hogy a megoldás pozitív legyen, ekkor táblázatos megoldási módszerre vezetjük vissza és úgy oldjuk meg az egyenlőtlenséget:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

Ekkor a megoldáshalmaz amelyből esetleg az A.h. feltételvizsgálat miatt még ki kell venni pl. értéket.

3- a feladat szövegezésében előforduló plusz információ pl.: Adja meg paraméter értéket, hogy a megoldás legfeljebb értékű legyen, ekkor táblázatos megoldási módszerre vezetjük vissza és úgy oldjuk meg az egyenlőtlenséget. Ezt előbb még rendezzük ezután

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

Ekkor a megoldáshalmaz amelyből esetleg az A.h. feltételvizsgálat miatt még ki kell venni pl. értéket.

2.Feladat: Oldja meg!

A.h.: amelyből valamint amelyből továbbá amelyből

Mivel a jobb oldali tört nevezőjében lévő két négyzetes tag különbsége szorzattá alakítva ugyanazokat a problémás értékeket adja meg, így a bal oldali második tört nevezőjében a tagok sorrendi cseréjével elérjük, hogy az hasonlítson a közös nevezőre -re. Ez egyetlen előjelváltásba „kerül”, ugyanis az első tört nevezőjében lévő két tagú összeg esetén felhasználhatjuk az összeadás kommutativitását, tehát azokat felcserélhetjük:

Szorozzunk a közös nevezővel:

Zárójelet bontunk:

Összevonunk:

Átrendezünk:

Ha kiegészítjük az alaphalmaz feltételvizsgálatot feltétellel, elvégezhetjük a lehetséges egyszerűsítést, akkor adódik, amelyet viszont az alaphalmaz feltételvizsgálat miatt kizárhatunk.

Megjegyzések: 1-a dolgozatban olyan feladatra kell számítani, amelyben az „”-re történő rendezés után pl. alakú megoldás adódik, amelyet az A.h. nem zár ki.

2-a feladat szövegezésében előforduló plusz információ pl.: Adja meg paraméter értéket, hogy a megoldás pozitív legyen, ekkor táblázatos megoldási módszerre vezetjük vissza és úgy oldjuk meg az egyenlőtlenséget:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

Ekkor a megoldáshalmaz amelyből esetleg az A.h. feltételvizsgálat miatt még ki kell venni pl. értéket.

3- a feladat szövegezésében előforduló plusz információ pl.: Adja meg paraméter értéket, hogy a megoldás legalább értékű legyen, ekkor táblázatos megoldási módszerre vezetjük vissza és úgy oldjuk meg az egyenlőtlenséget. Ezt előbb még rendezzük ezután

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

Ekkor a megoldáshalmaz amelyből esetleg az A.h. feltételvizsgálat miatt még ki kell venni pl. értéket.

3.Feladat: Határozza meg paraméter értékét, hogy az egyenletnek ne legyen megoldása!

A.h.: amelyből innen feltételből valamint feltételből adódik.

Továbbá amelyből innen és ebből illetve amelyből innen és ebből ugyanúgy adódik. Megállapítjuk a közös nevezőt: ennek eléréséhez cseréljük fel a bal oldali harmadik tört nevezőjében lévő két tagú különbséget, ez egyetlen előjelváltásba „kerül”:

Helyettesítsünk a nevezőkben a szorzatalkokkal:

Szorozzunk a közös nevezővel:

Zárójelet bontunk:

Csökkenő hatvány szerint 0-ra rendezünk:

Leolvassuk az együtthatókat: . Felhasználjuk a determináns-tételt, amely értelmében egy másodfokú egyenletnek akkor és csakis akkor nincs megoldása, ha a megoldóképletben a gyökjel alatti mennyiség negatív előjelű, tehát megoldandó egyenlőtlenség:

Zárójelet bontunk:

Összevonunk:

1.Lehetséges folytatás, ha leolvassuk az együtthatókat, helyettesítünk a megoldóképletbe ezután alkalmazzuk a gyöktényezős alakot, amely felhasználásával

2.Lehetséges folytatás, ha felismerjük, hogy a bal oldal teljes négyzet

Akármelyiket is választjuk, ezután felhasználjuk a négyzetre emelés értékkészlet tulajdonságát, amely értelmében, minden valós szám/mennyiség négyzete kizárólag nemnegatív előjelű lehet, tehát levonjuk a következtetést: nem létezik olyan paraméter érték, amelyre a megoldandó másodfokú egyenletnek ne lenne megoldása (vagy pozitív állító formában: a felírt másodfokú egyenletnek minden paraméter érték esetén van legalább egy megoldása.

Megjegyzések: 1-ha a feladat szövege arra utasított volna: úgy adjuk meg paraméter értékét, hogy 2db egybeeső gyök legyen, akkor a diszkrimináns-tétel értelmében megoldandó egyenletből amelyből innen .

2-ha a feladat szövege arra utasított volna: úgy adjuk meg paraméter értékét, hogy 2db különböző gyök legyen, akkor a diszkrimináns-tétel értelmében megoldandó egyenlőtlenségből amelyből innen ezen kívül minden paraméter érték esetén 2db különböző megoldás van.

3-ha a feladat szövege arra utasított volna: úgy adjuk meg paraméter értékét, hogy az egyenletnek legfeljebb 1 megoldása legyen, akkor a megoldás.

4-ha a feladat szövege arra utasított volna: úgy adjuk meg paraméter értékét, hogy az egyenletnek legalább 1 megoldása legyen, akkor a megoldás.

5- a dolgozatban olyan feladatra kell számítani, amelyben az „” változó csökkenő hatványa szerinti történő rendezés után, létezzen vagy ne létezzen megoldás, azonban a lehetséges elvégzendő műveletek után „”-ben harmadfokú vagy hiányos negyedfokú kifejezésre vezet. Ilyenek lehetnek vagy amelyeknél az ismertetett módszerrel racionális gyökei megkereshetők, tehát szorzattá alakítható.

Az elsőnél racionális gyök alapján amely táblázatos módszerrel megoldható:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

Ekkor a megoldáshalmaz amelyből esetleg az A.h. feltételvizsgálat miatt még ki kell venni pl. értéket.

A másodiknál racionális gyök alapján amely táblázatos módszerrel megoldható:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

Ekkor a megoldáshalmaz amelyből esetleg az A.h. feltételvizsgálat miatt még ki kell venni pl. értéket.

4.Feladat: Oldja meg az egyenletrendszert!

1.megoldás: Determinánsokkal, amelyeknél kizárólag Sarrus-szabályt alkalmazunk:

A változók együtthatóiból felírható determináns és annak értéke:

Az „” változó értékének meghatározásához felírható determináns annak értéke és az „” értéke:

Ebből

Az „” változó értékének meghatározásához felírható determináns annak értéke és az „” értéke:

Ebből

A „” változó értékének meghatározásához felírható determináns annak értéke és az „” értéke:

Ebből

2.megoldás: Determinánsokkal, amelyeknél kizárólag kifejtést alkalmazunk:

A változók együtthatóiból felírható determináns és annak értéke:

Fejtsük ki a determinánst pl. az első sor szerint, amelynél figyeljünk az előjelekre:

Az „” változó értékének meghatározásához felírható determináns annak értéke és az „” értéke, fejtsük ki a determinánst pl. második oszlopa szerint:

Ebből

Az „” változó értékének meghatározásához felírható determináns annak értéke és az „” értéke, fejtsük ki a determinánst pl. harmadik sora szerint:

Ebből

A „” változó értékének meghatározásához felírható determináns annak értéke és az „” értéke, fejtsük ki a determinánst pl. harmadik oszlopa szerint:

Ebből

3.megoldás: Gauss eliminációval:

Az együtthatókból felírható kiegészített determináns:

Az első sor első elemének felhasználásával nullázzuk ki az első oszlop további elemeit, ehhez az elvégzendő műveletek:

Ebből adódik:

Innen már visszafejthető egyenletből adódik, egyenletből , végül egyenletből adódik.

Megjegyzések: 1-A megoldásokból látható, hogy (kis szerencsével, de) a Gauss elimináció igényelte a legkevesebb műveletvégzést. Ez az a megoldási módszer, amely általában is a legkevesebb művelettel adja a megoldást. A dolgozatban csupán egyetlen kétismeretlenes egyenletrendszer determinánsokkal történő megoldása lesz majd, hiszen a parciális törtekre bontásos feladatban úgyis lesz 3 maximum 4ismeretlenes egyenletrendszer megoldása, amelynél viszont inkább a Gauss-elimináció alkalmazását tesztelném.

2-Ne maradjon le az ellenőrzés!

5.Feladat: Oldja meg az egyenletrendszert!

A.h.: valamint továbbá amely feltételek, mivel 2-2 különböző betűjelű változót tartalmaznak, így utólag teszteljük teljesülésüket.

Az ismétlődő mennyiségek miatt vezessünk be segédváltozókat, így legyenek

Ezek alapján az egyenletrendszert átírhatjuk:

Alkalmazzunk Gauss eliminációt, az együtthatókból felírható kiegészített determináns:

Az első sor első elemének felhasználásával nullázzuk ki az első oszlop további elemeit, ehhez az elvégzendő műveletek:

Ebből adódik:

Ezután a második sor második elemének felhasználásával nullázzuk ki a második oszlop további elemeit, ehhez az elvégzendő műveletek:

Ebből adódik:

Innen már visszafejthető egyenletből adódik, egyenletből , végül egyenletből adódik.

Ezek még csak a segédváltozók értékei, ezekkel a részeredményekkel helyettesítsünk vissza, így a megoldandó egyenletrendszer:

Vegyük az egyenletek reciprokait, így adódik:

Alkalmazzunk Gauss eliminációt, az együtthatókból felírható kiegészített determináns:

Az első sor első elemének felhasználásával nullázzuk ki az első oszlop további elemeit, ehhez az elvégzendő műveletek:

Ebből adódik:

Ezután a második sor második elemének felhasználásával nullázzuk ki a második oszlop további elemeit, ehhez az elvégzendő műveletek:

Ebből adódik:

Innen már visszafejthető egyenletből adódik, egyenletből , végül egyenletből adódik.

Megjegyzés: Ne maradjon le az ellenőrzés!

6.Feladat: Oldja meg az egyenletrendszert!

Hogy elkerüljük a tisztán racionális szám együtthatókat az egyenletrendszerben, így előbb bővítsük a harmadik összefüggést:

Alkalmazzunk Gauss eliminációt, az együtthatókból felírható kiegészített determináns:

Az első sor első elemének felhasználásával nullázzuk ki az első oszlop további elemeit, ehhez az elvégzendő műveletek:

Ebből adódik:

Ezután a második sor második elemének felhasználásával nullázzuk ki a második oszlop további elemeit, ehhez az elvégzendő műveletek:

Ebből adódik:

Ezután a harmadik sor harmadik elemének felhasználásával nullázzuk ki a harmadik oszlop további elemeit, ehhez az elvégzendő műveletek:

Ebből adódik:

Innen már visszafejthető egyenletből adódik, egyenletből adódik, egyenletből végül

egyenletből adódik.

Megjegyzés: Ne maradjon le az ellenőrzés!

7.Feladat: Bontsa parciális törtek összegzésére a megadott algebrai törtet!

A.h.: amelyből innen tehát vagyis ezek alapján

Mivel a számlálóban nagyobb fokszámú polinom van, mint a nevezőben, így polinomosztással kezdünk:

Tehát

Alkalmazzuk a parciális törtekre bontás módszerét a visszamaradó algebrai törtre:

Hozzunk közös nevezőre a feltételezett résztörteknél:

A számlálóban bontsuk fel a zárójeleket, majd csoportosítsuk a tagokat:

Az együtthatók egyeztetése elv alapján a megoldandó egyenletrendszer:

Alkalmazzunk Gauss eliminációt, az együtthatókból felírható kiegészített determináns:

Az első sor első elemének felhasználásával nullázzuk ki az első oszlop további elemeit, ehhez az elvégzendő műveletek:

Ebből adódik:

Ezután a második sor második elemének felhasználásával nullázzuk ki a második oszlop további elemeit, ehhez az elvégzendő műveletek:

Ebből adódik:

Innen már visszafejthető egyenletből adódik, egyenletből adódik, egyenletből végül egyenletből adódik.

Tehát

Ellenőrzés:

Valamint

Ehhez hozzáadva a résztörtek közös nevezőre hozás után kapott számlálóját:

(Ráadás) Feladat: Bontsa parciális törtek összegzésére a megadott algebrai törtet!

A.h.: amelyből innen tehát illetve innen

A feltételezett résztörtek: amelynél hozzunk közös nevezőre

Az együtthatók egyeztetésének elve alapján felírható egyenletrendszer:

A felírható kiegészített determináns:

Az első sor első elemének felhasználásával nullázzuk ki az első oszlop további elemeit, ehhez az elvégzendő műveletek után adódik:

Ezután a második sor második elemének felhasználásával nullázzuk ki a második oszlop további elemeit, ehhez az elvégzendő műveletek után adódik

Ezután a harmadik sor harmadik elemének felhasználásával nullázzuk ki a harmadik oszlop további elemeit, ehhez az elvégzendő műveletek után adódik

Ezután a negyedik sor negyedik elemének felhasználásával nullázzuk ki a negyedik oszlop további elemeit, ehhez az elvégzendő műveletek után adódik

Ezután a ötödik sor ötödik elemének felhasználásával nullázzuk ki az ötödik oszlop további elemeit, ehhez az elvégzendő műveletek után adódik

Ezek alapján amelyből folytatva a visszafejtést amelyből folytatva a visszafejtést amelyből folytatva a visszafejtést amelyből folytatva a visszafejtést amelyből folytatva a visszafejtést amelyből

Ellenőrzés: